SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Expresiones irracionales

Docente: Phflucker H. Coz

academiacesarvallejo.edu.pe

EXPRESIÓN IRRACIONAL

Definición

Es toda expresión donde su variable está afectada por algún radical.

Ejemplos

⍟ $f(x) = \sqrt{2x-3} + 5x + 1$ ⍟ $g(x) = \dfrac{\sqrt[3]{5-x}}{\sqrt{x-2}}$

Conjunto de valores admisible (CVA) de $f(x)$

Es el conjunto de valores reales que puede tomar la variable y que garantiza la existencia de la expresión $f(x)$ en $\mathbb{R}$.

Tener en cuenta para el calculo del CVA.

$$\sqrt[\text{Par}]{h(x)} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow h(x) \geq 0$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow Q(x) \neq 0$$

Ejemplos

Calcule el CVA de:

⊛ $P(x) = \sqrt{2x-6} + x^2$

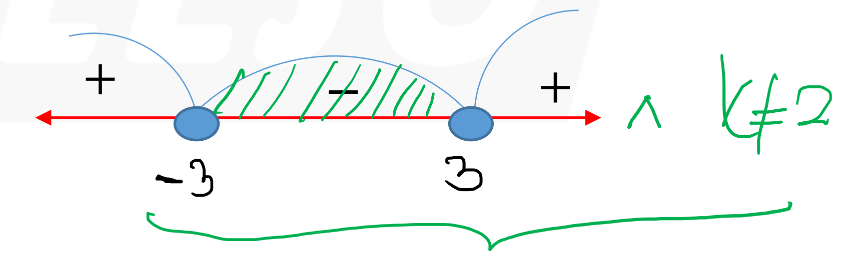
$2x - 6 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow$ **CVA** $= [3; +\infty\rangle$

⊛ $g(x) = \sqrt{9-x^2} + \dfrac{\sqrt[3]{2x-12}}{x-2}$

$9 - x^2 \geq 0 \quad \wedge \quad x - 2 \neq 0$

$x^2 - 9 \leq 0$

$(x+3)(x-3) \leq 0 \quad \wedge \quad x \neq 2$



C.V.A = [-3; 2⟩ ∪ ⟨2; 3]



ECUACIONES IRRACIONALES

Son aquellas ecuaciones donde esta presenta al menos una expresión irracional.

Ejemplos

* $\sqrt{x-1} = 3x - 13$
* $x - 2 = \sqrt{x+2} + \sqrt[3]{x+1}$

Pasos para su resolución:

1) Elimine los radicales (usando la potenciación y/o el cambio de variable).
2) Resuelva la ecuación resultante.
3) Los valores encontrados serán solución si verifican la ecuación inicial, y finalmente indique el conjunto solución.

Nota: Las ecuaciones irracionales se resuelven en $\mathbb{R}$.

Aplicación

Resuelva:

$$\sqrt{13 - x^2} = 2x + 7$$

Resolución

1) $$\sqrt{13 - x^2}^{\,2} = (2x + 7)^2$$

$$13 - x^2 = 4x^2 + 28x + 49$$

2) $$0 = 5x^2 + 28x + 36$$

$$\begin{array}{ccc} 5x & \times & 18 \\ x & & 2 \end{array}$$

$$0 = (5x + 18)(x + 2)$$

$$x = -\frac{18}{5} \quad \vee \quad x = -2$$

3) Verificando: $$\sqrt{13 - \left(-\frac{18}{5}\right)^2} = 2\left(-\frac{18}{5}\right) + 7 \quad \text{(F)}$$

$$\sqrt{13 - (-2)^2} = 2(-2) + 7 \quad \text{(V)}$$

$$\therefore \text{CS} = \{-2\}$$



Obs. $x-2=3 \quad \ldots (4)$

Se tiene una solución $(x=5)$

$(x-2)^2=(3)^2$

$x^2-4x+4=9$

$x^2-4x-5=0$

$x \quad -5$

$x \quad 1$

$x=5 \vee x=-1$

Reemplazando en (4)

Solo cumple $x=5$



Aplicación

Resuelva:

$$\sqrt[3]{x^3+117x+270}=x+6$$

Resolución

Elevando al cubo a ambos lados

$$\sqrt[3]{x^3+117x+270}^{\,3} = (x+6)^3$$

$$x^3+117x+270 = x^3+3x^2.6+3x.6^2+6^3$$

$$0 = 18x^2-9x-54$$

$$0 = 2x^2-x-6$$

$$\begin{matrix} 2x & 3 \\ x & -2 \end{matrix}$$

De donde se obtiene

$$x=-\frac{3}{2} \quad \vee \quad x=2$$

$$C.S.=\{-\tfrac{3}{2};2\}$$

Aplicación

Determine la suma de soluciones de

$$x^2+3x-10=2\sqrt{x^2+3x-2}$$

Resolución

$$(x^2+3x)-10 = 2\sqrt{x^2+3x-2}$$

$$\sqrt{(x^2+3x-2)}^{\,2}-10+2 = 2\sqrt{x^2+3x-2}$$

$$\sqrt{x^2+3x-2}^{\,2}-2\sqrt{x^2+3x-2}-8=0$$

$$\begin{matrix} \sqrt{x^2+3x-2} & -4 \\ \sqrt{x^2+3x-2} & 2 \end{matrix}$$

$$\sqrt{x^2+3x-2}=4 \quad \vee \quad \sqrt{x^2+3x-2}=-2$$

$$x^2+3x-18=0$$

$$\begin{matrix} x & 6 \\ x & -3 \end{matrix}$$

$$\rightarrow x=-6 \vee x=3$$

Rta $(-6)+(3)=-3$

Aplicación

Resuelva:

$$\sqrt{x-1}+\sqrt[3]{2x-2}=4$$

Resolución

Sea $\sqrt[3]{2x-2}=n \quad (n\in\mathbb{R})$

$\mathcal{E}^3:\ 2x-2=n^3 \Rightarrow x=\dfrac{n^3+2}{2} \ldots \psi$

Se tiene: $\sqrt{\dfrac{n^3}{2}}+n=4$

$\sqrt{\dfrac{n^3}{2}}=4-n \Rightarrow \mathcal{E}^2:\ \dfrac{n^3}{2}=16-8n+n^2$

$n^3-2n^2+16n-32=0$

$n^2(n-2)+16(n-2)=0 \Rightarrow (n-2)(n^2+16)=0$ (+)

necesariamente $n-2=0 \Rightarrow n=2$

En ψ: $x=\dfrac{2^3+2}{2} \Rightarrow x=5$

INECUACIONES IRRACIONALES

Son aquellas inecuaciones donde esta presenta al menos una expresión irracional

Ejemplos

* $\sqrt{x-1}\geq 2x-3$

* $x+1<\sqrt[3]{x^3+1}$

Pasos para su resolución:

1) Halle el CVA de la inecuación.

2) Elimine los radicales (use potenciación y/o cambio de variable), resuelva la inecuación resultante generando el conjunto solución parcial S_p.

3) $C.S.=(CVA)\cap(S_p)$.



Aplicación

Resuelva:

$$\sqrt{x-2} < 5$$

Resolución

1) $x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$

$$C.V.A. = [2;+\infty\rangle$$

2) $\sqrt{x-2}^{\,2} < 5^2 \rightarrow x - 2 < 25 \rightarrow x < 27$

$$S_p = \langle -\infty; 27\rangle$$

3) (S_p) (CVA) $-\infty$ 2 27 $+\infty$

$$C.S = [2;27\rangle$$

Nota En inecuaciones de la forma

$\sqrt[par]{h(x)} < q(x)$ garantizar $q(x) > 0$

$\sqrt[par]{h(x)} \leq q(x)$ garantizar $q(x) \geq 0$

Aplicación

Resuelva

$$\sqrt{x+11} < 9 - x$$

Resolución

i) $x+11 \geq 0 \;\wedge\; 9-x > 0$

$x \geq -11 \;\wedge\; x < 9$

$-11 \leq x < 9$

ii) $(\sqrt{x+11})^2 < (9-x)^2 \Rightarrow x+11 < 81 - 18x + x^2$

$x^2 - 19x + 70 > 0$

$x \quad -14$

$x \quad -5$

$+ \quad 5 \quad - \quad 14 \quad +$

iii) $C.S. = (i) \cap (ii)$

$[-11; 5\rangle$



Aplicación

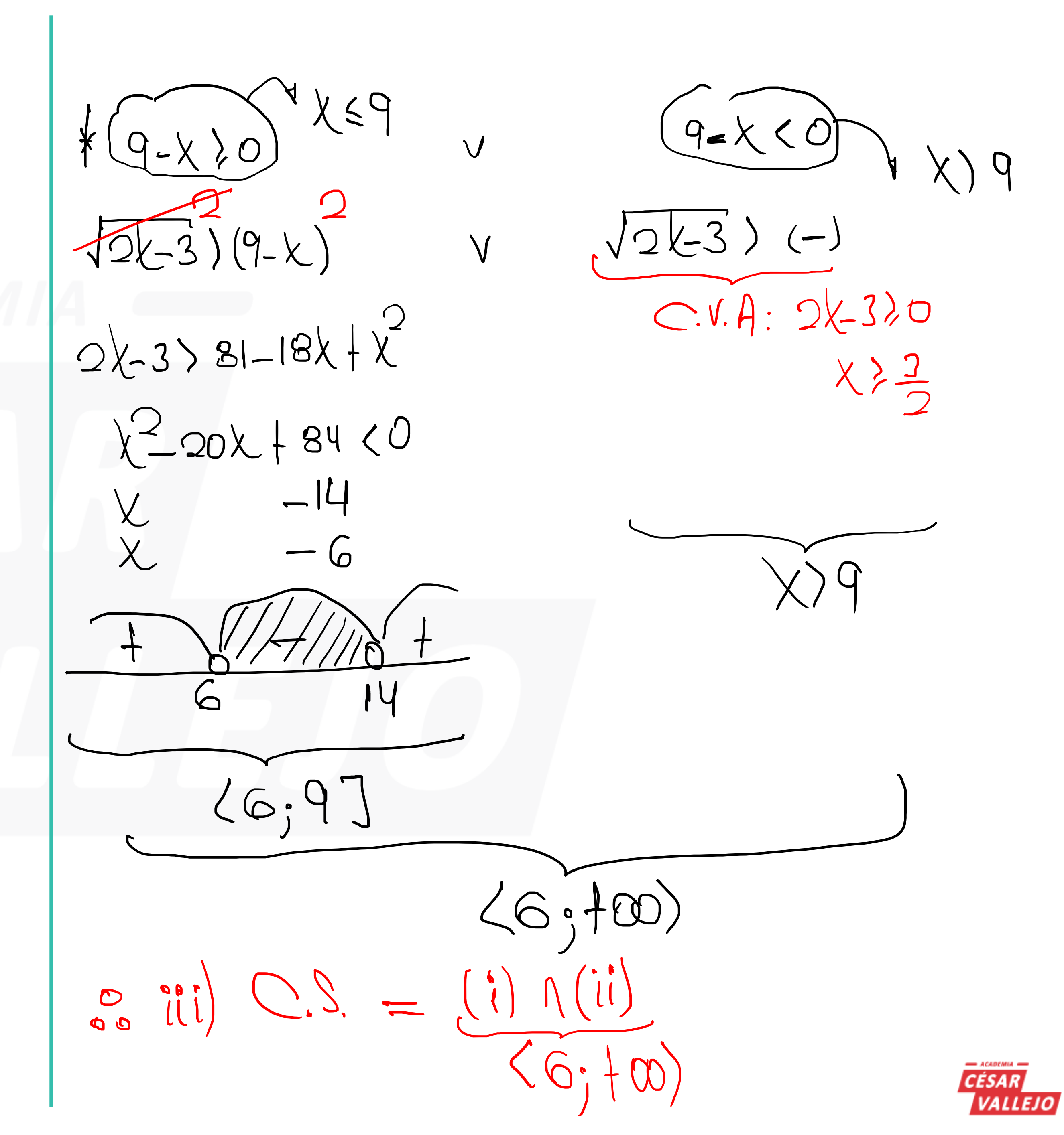
Resuelva:

$$\sqrt{2x-3} > 9 - x$$

Resolución

i) $2x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{3}{2}$

ii) $\sqrt{2x-3} > 9-x$

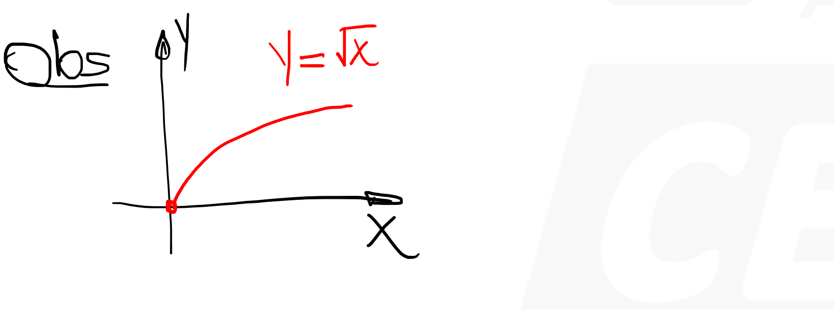
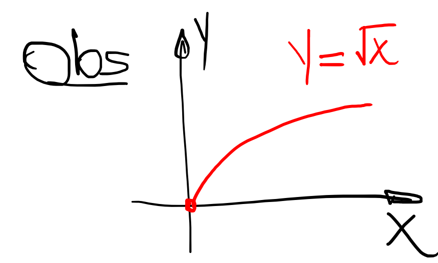


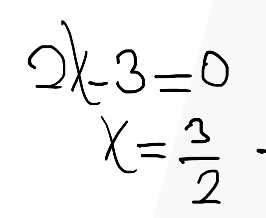
Aplicación

Resuelva:

$$\sqrt{2x-3} > 9 - x$$

Resolución



$9-x=0$

$x=9$

$C.S. = \langle 6; +\infty \rangle$



Aplicación

Determine la suma de soluciones de

$$\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-3}}{x-9}\leq 0$$

Resolución

Condición de existencia

i) $2x+1\geq 0 \wedge x-3\geq 0 \wedge x-9\neq 0$

$x\geq -\frac{1}{2} \wedge x\geq 3 \wedge x\neq 9$

$[3;+\infty)-\{9\}$

ii) $(\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-3})\frac{(\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-3})}{x-9}\leq 0\,(\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-3})$

$+ \qquad +$

$\frac{(2x+1)-(x-3)}{x-9}\leq 0 \Rightarrow \frac{x+4}{x-9}\leq 0$

$(x+4)(x-9)\leq 0$

$+ \quad - \quad +$

$-4 \qquad 9$

iii) $C.S. = (i)\cap(ii)$

$[3;9)$



ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS







academiacesarvallejo.edu.pe